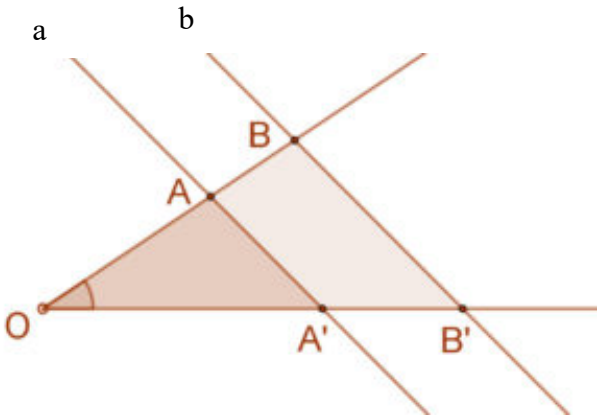
A párhuzamos szelők tétele, illetve annak alapvető következmény tételei

(Egyelőre bizonyítás nélkül)



Az A és A' pontok az a egyenesen vannak, a B és B' pontok a b egyenesen.

Maga a tétel:

Ha a egyenes párhuzamos b egyenessel, akkor OA/OB=OA'/OB' (vagy jó mindkettőnek a reciprokát írva is).
Mindig a csúcstól!!
(Ami némi egyenletrendezéssel úgy is írható, hogy OA/OA'=OB/OB' (de jobb, inkább az elsőt használják, nehogy összekeverjék a "szezont a fazonnal"...)

Az egyik következmény tétel:

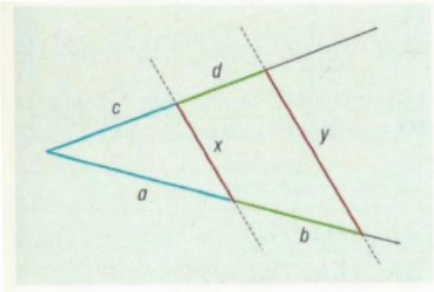
Ha a egyenes párhuzamos b egyenessel, akkor OA/OB=AA'/BB' (a reciprokokkal is jó).
(Átalakítva: OA/AA'=OB/BB')

A másik következmény:

Ha a egyenes párhuzamos b egyenessel, akkor OA/AB= OA'/A'B' (a reciprokokkal is jó).
(Átalakítva: OA/OA'=AB/A'B')

Vigyázat az első arány NEM azonos az utolsó aránnyal!!!
Ugyan is OA+AB=OB, így OB/OA=(OA+AB)/OA=1+AB/OA

Példaként:



a	b	c	d	x	y
7	4	9		6	
10		11	6	8	
			4	7	10
10		11	3		9
	7		9	8	13

1. sor

y/6=(7+4)/7 → y=(6*11)/7=66/7
d/4=9/7 → d=(4*9)/7=36/7

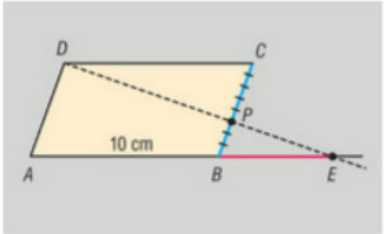
3. sor

(c+d)/c=y/x → (c+4)/c=10/7 → 7*(c+4)=10*c → 7*c+28=10*c → 28=3*c → 28/3=c

A többit tessék ezek alapján megcsinálni!

A múltkor csatolt pdf-ben lévő 6. feladat:

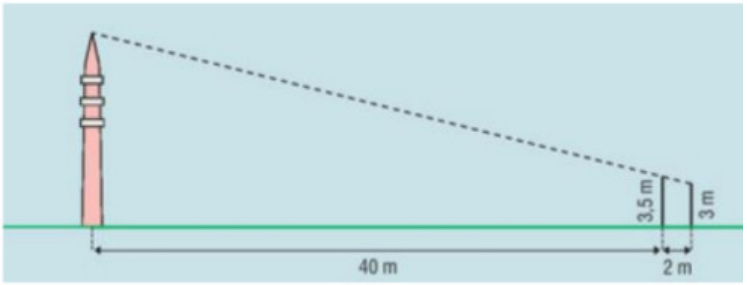
6. Az ábrán látható ABCD paralelogramma BC oldalának P pontjára nézve $BC:PC=3:5$. Számítsd ki a BE szakasz hosszát, ha $AB=10\,cm$.



Ha jól látom (most) el van írva a feladat, BP/PC=3/5 akar az lenni, látszik az ábráról.
A párhuzamos szelőszakaszok tétele (első következmény) csúcsszögek esetére is igaz – egy P pontra való középpontos tükrözéssel könnyen látható.
Így EB/CD=PB/PC=3/5, mivel pedig a paralelogramma tételek egyike miatt CD=BA=AB=10,
így EB=(10*3)/5=6

A múltkor csatolt pdf-ben lévő 8. feladat:

8. Egy torony magasságát akarjuk meghatározni úgy, hogy a toronytól ugyanazon irányban két karót szúrunk a földbe oly módon, hogy a torony csúcsa és a karók végpontjai egy egyenesbe essenek. Az ábra alapján határozzuk meg a torony magasságát!



A torony csúcsától induló szaggatott szakaszt hosszabbítsuk meg addig, amíg el nem metszi a talaj vonalát (ha jól látom zöld). Legyen ez a metszés pont P. Jelölje a P pont és a 3 méteres karó talppontjának a távolsága x, a torony magassága pedig legyen y.
Ezek után:
3,5/3=(x+2)/x → 3,5*x=3(x+2) → 3,5*x=3*x+6 → x=12
y/3=(12+2+40)/12 → y/3=54/12 → y=13,5

A múltkor csatolt pdf-ben lévő 15. feladat:

15. Az ABC háromszög oldalainak hossza $AC=5\,cm$, $BC=6\,cm$, $AB=7\,cm$. Az AB oldal F felezőpontján át párhuzamost húzunk a C csúcsból induló szögfelezővel, mely a BC oldalt D-ben az AC oldal egyenesét E-ben metszi.
    a. Mekkora részekre osztja a C csúcsból induló szögfelező az AB oldalt?
    b. Számítsuk ki a BD, valamint az AE szakaszok hosszát!

Nos, nincs kedvem lerajzolni – a szöveget követve készítsenek egy rajzot. Figyeljenek rá, hogy melyik oldal a nagyobb – jó ha BC oldalt érezhetően nagyobbra rajzolják mint a CA oldalt.
A második következmény tételből (elég egyszerűen) következik egy a háromszög szögfelezőjére vonatkozó tétel. Miszerint (az itteni jelölésekkel) a C csúcsból induló szögfelező az AB oldalt éppen a másik két oldal arányában osztja (vágja) szét (ez a tétel minden bizonnyal benne van a könyvben).
Jelöljük az említett szögfelező és az AB oldal metszéspontját S.
BS+SA=7, illetve BS/SA=6/5 → BS=7-SA → (7-SA)/SA=6/5 → 5*(7-SA)=6*SA, innen, ha jól számolom SA=35/11, illetve BS=42/11 (35/11+42/11=77/11=7). Ezek után:
BD/BC=BF/BS (F az AB oldal felezőpontja ugyan is, és a szöveg szerint a rajta átmenő egyenes párhuzamos a C-n átmenő szögfelezővel. Így BD/6=(7/2)/(42/11) → BD=6*(7/2)*(11/42)=66/12=5,5
Továbbá, AE/AC=AF/AS → AE/5=(7/2)/(35/11) → AE=5*(7/2)*(11/35)=55/10=5,5

Keressék a hibákat és oldják meg a többi feladatot!

Kívánom a legjobbakat!!