

# Elektromágneses alapjelenségek (kategóriák, fogalmak, törvények, képletek)

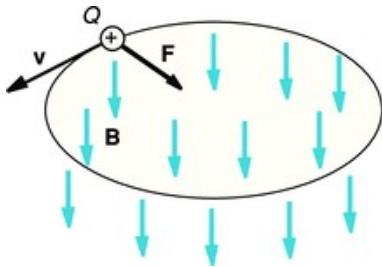
1. **Elektrosztatika:** Elektromos alapjelenségek, **töltések** ( $Q$ , mértékegység coulomb/C) szétválaszthatók, kétféle van, **Coulomb-erő:**  $F=k*(Q_1*Q_2)/r^2$ ,  $r$  a két pontszerű töltés távolsága,  $k=9*10^9 \text{ N*m}^2/\text{C}^2$ ; elektromos **térerősség** ( $E$ ) az egységnyi töltésre ható erő  $F=E*Q$  ( $E=F/Q$ ) nyilván vektor, mértékegysége N/C, pontszerű test esetében  $E=k*Q/r^2$  (a  $Q$  töltés terét jellemzi); **erővonalak** (az erőter önkényesen meghatározott szemléltetése, jogos mivolta bemutatható az olajgríz kísérlettel, lásd a képet) olyan képzeletbeli vonalak melyek érintője minden pontban az abban a pontban fennálló térerősség (vektor), olyan sűrűségben képzeljük el, hogy egységnyi felületen (legyen egy négyzet) annyi erővonal haladjon át (merőleges értelemben), amennyi a felület középpontjában a térerősség nagysága – a statikus elektromos tér (pl. egy töltés tere) erővonalai nem metszik egymást, nem ágaznak el, nem egyesülnek, nem képeznek hurkokat (örvénymentes), a pozitív töltésből indulnak és a negatív töltésbe érkeznek (forrás, nyelő); elektromos **fluxus** ( $\Psi$ ): egy 'A' területű felületen átmenő erővonalak száma ( $\Psi=E*A$ ), mértékegysége  $\text{N*m}^2/\text{C}$ ; egy erőteret **homogénnek** mondunk, ha minden pontjában (és az időtől függetlenül) ugyanakkora a térerősség ( $E$ ), azaz minden pontban ugyan olyan hosszúak és egymással párhuzamosak az  $E$  vektorok, homogén térben az erővonalak egymással párhuzamos egyenesek – ilyen például egy pozitív és ugyanakkora negatív töltéssel rendelkező egymáshoz igen közel párhuzamosan elhelyezett sík lap (pl. négyzet) közötti tér (kondenzátor); egy pontszerű pozitív  $Q$  töltés mint középpont köré képzeljük el egy gömböt, számoljuk ki a fluxust a gömbfelületen (a sugár  $r$ ),  $E=k*Q/r^2$ , a gömb felszíne  $A=4*r^2*\pi$ ,  $\Psi=E*A=4*\pi*k*Q$ , a gömb körülveszi a  $Q$  töltést, tehát a pozitív  $Q$  töltésből összesen  $4*\pi*k*Q$  erővonal indul ki (negatív töltésbe érkezne); elektromos **dipólus:** kis  $l$  hosszúságú pálca végein egy  $Q$  és  $-Q$  töltés,  $E$  térerősségű elektromos erőter egy dipólusra forgatónyomatékokat fejt ki:  $M=E*Q*l*\sin(\alpha)$ , ahol  $\alpha$  az erővonal és a "pálca" szöge; elektromos **potenciál:** az elektrosztatikus térben lefixálunk egy pontot (legyen  $O$ ) és azt vizsgáljuk mekkora munka ( $W$ ) kell a tér ellenében  $Q$  töltést a tér egy pontjából (legyen  $A$ )  $O$ -ba mozgatni:  $W=Q*E*\Delta s$  ( $\Delta s$  egy kicsiny elmozdulás, ha egy görbe mentén mozdul el a töltés, akkor az kicsiny egyenesnek tekinthető szakaszokra osztjuk és az előbbi szorzatokat összegezzük), megállapítható, hogy elektrosztatikus tér esetén egy tetszőleges zárt görbe mentén mozgó töltésen (éppen körbe jár) a tér nulla munkát végez – erre mondják, hogy az elektrosztatikus tér **konzervatív**, az egységnyi töltésen végzett munka az előbbieket értelmében az elektromos potenciál:  $U=E*\Delta s$ , **mértékegysége J/C azaz volt V** (nem keverendő össze a feszültséggel /majd később/, ami potenciál különbség és mértékegysége ugyancsak V; a **kondenzátor** (lásd följebb is) párhuzamos lapjait fegyverzeteknek nevezik, egyformák, párhuzamosak, mindkettő területe  $A$ , távolságuk  $d$ , a korábban említett  $\Psi=4*\pi*k*Q$  miatt  $E=\Psi/A=4*\pi*k*Q/A$ , így a kondenzátor lapok közötti potenciál különbség (pl. a pozitív potenciálja a negatívhoz képest)  $U=E*d=(4*\pi*k*Q/A)*d$ , tehát a kondenzátor lemezek között homogén a tér ( $E$  állandó), az  $U$  pedig a pozitív fegyverzetnél maximális és lineárisan csökken a negatív fegyverzet felé, ahol nulla, a kondenzátoron kívül  $E=0$ , kezdjük felvinni töltést a fegyverzetekre (+, -) adott potenciál különbséggel, az előbbi képletből kifejezve a  $Q$ -t,  $Q=(A/(4*\pi*k*d))*U$ , a  $C=A/(4*\pi*k*d)$  a kondenzátor kapacitása (1 V potenciál különbség mekkora töltést tud felhalmozni/szétválasztani a fegyverzeteken); a kondenzátor feltöltése közben végzett **munka:**  $U*Q$  alakú, mivel azonban a feltöltés alatt a  $Q$ -val az  $U$  lineárisan változik (pl.) növekvő, grafikonja egy egyenes darab (szakasz) így csak kicsiny  $\Delta Q$  esetén lesz az elemi munkák  $U*\Delta Q$ , ezeket összegezni kell a teljes  $0-Q$  intervallumra, azonban mivel a grafikon egyenes darab (szakasz) az említett elemi munkák összege egy három szög területe, így a keresett munka  $W=(1/2)*U*Q$ , illetve ebből  $W=(1/2)*C*U^2=(1/2)*Q^2/C$ , ezt nevezhetjük a kondenzátor elektromos energiájának; ha az első alakba behelyettesítjük a  $C=A/(4*\pi*k*d)$ , illetve az  $U=E*d$  kifejezéseket, a kondenzátor lapok között energiát hordozó  $\epsilon=(E^2/(8*\pi*k))*A*d$  elektromos "anyag" van (észrevehető, hogy  $A*d$  a kondenzátor lemezek közötti tér térfogata).

## Elektromágneses alapjelenségek (kategóriák, fogalmak, törvények, képletek)

- Mágnesesség:** Teljesen hasonlóan épül fel, mint az előbb tárgyalt elektrosztatika (csak másak a betűk) – nem is részletezem annyira (máskérdés, hogy léteiben jelentősen más, pl. örvényes – az erővonalak a rúd mágnes belsejében tovább folytatódnak és zárt hurkokat alkotnak a külső vonalrészekkel). Mágneses alapjelenségek, pólusok (mágneses töltések:  $p$ ) nem választhatók szét, kétféle van, erőhatások, mágneses **Coulomb-törvény:**  $F=(k/c^2)*(p_1*p_2)/r^2$ , 'k' az elektrosztatikában megismert  $k=9*10^9 \text{ N*m}^2/\text{C}^2$ ,  $c=3*10^8 \text{ m/s}$ , ez éppen a fénysebesség, a  $p$  mágneses "töltés" mértékegysége  $\text{C*(m/s)}$ , **télerősség**  $B$  (régi nevén mágneses indukció vektor)  $F=B*p$ , mértékegysége  $\text{N/(C*(m/s))=V*s/m}^2=\text{T}$ , tesla; erővonalak (kívül északiból a déli felé tartanak, a mágnes belsejében a délitől az északi felé; furán hangzik, de a föld mágneses északi pólusa délen van), fluxus ( $\Phi=B*A$ ), örvényes, nem konzervatív (!), illetve mozdulatlan, időben változás nélküli mágneses tér ügyei (pl. egy "mozdulatlan" mágneses dipól /mágnes rúd/ tere), egy "l" hosszúságú,  $+p, -p$  mágneses töltésű mágnes rudacskára egy  $B$  erősségű mágneses térben  $M=p*I*B*\sin(\alpha)$  forgatónyomaték hat, ahol  $\alpha$  az erővonal és a mágnes rúd szöge.
- Megjegyzés:** Egymáshoz képest mozdulatlan elektromos töltés és mágneses pólus nincs hatással egymásra.
- Mozgó elektromos töltés:** Mozgó töltött részecske (nem véletlenszerű), elektromosan töltött részecskék áramlása, áram, áramirány, **áramerősség** ( $I=\Delta Q/\Delta t$ , a vezető keresztmetszetén egységnyi idő alatt áthaladó töltés /mondhatni töltésáramlás sebesség/, mértékegysége  $\text{C/s}=\text{A}$ , amper). Mozgó ( $v$  sebességű) elektromos töltés mágneses teret generál – hat a mágnesre (**Rowland kísérlet:** gumiból készült kerék kerületére pozitív elektromos töltést visznek fel egyenletesen, a kerék küllői kúp alakban kifelé hajlanak a kerék középpontjából, hogy ott el tudjanak függeszteni egy kicsiny iránytűt, a kereket  $v$  kerületi sebességgel forgatják és mérik az iránytűre ható forgatónyomatékot – az iránytű elfordul és merőlegesen áll be a kerék síkjára, ha jobb kezünk ujjai a kerék forgásirányába /a pozitív töltés mozgási irány/ mutatnak akkor jobb hüvelyk ujjunk a beállt iránytű északi pólusának irányával azonos – ez a generált mágneses télerősség a  $B$  iránya), ezen kísérlet elméleti következménye, hogy mozgó töltés mágneses teret hoz létre: mozogjon a  $Q$  töltés  $v$  sebességgel, vizsgáljuk a generált  $B$  télerősség nagyságát a  $P$  pontban, legyen a  $Q$  töltés és a  $P$  pont távolsága  $r$  (iránya is legyen ennek a távolságnak  $Q$ -ból  $P$  felé) mozgó töltés által keltett mágneses tér télerőssége  $B=(k/c^2)*(Q*v/r^2)*\sin(\alpha)$ , ahol  $\alpha$  a  $v$  sebesség és a  $Q$ - $P$  irány szöge (Biot-Savart törvény), a  $B$  mágneses télerősség iránya merőleges a  $v$  és az  $r$  síkjára (ha azok nem párhuzamosak /ha párhuzamosak, akkor  $B$  nulla) és iránya a jobb kéz szabályt követi (jobb kéz hüvelyk uja  $v$  irányába mutat, mutató ujj a  $Q$ - $P$  irányba, akkor a középső ujj a  $B$  irányát mutatja), láthatóan a  $Q*v$  mennyiség éppen a mágneses pólusnak felel meg (a mágneses coulomb törvény és az  $F=B*p$  miatt), azaz egy  $v$  sebességgel mozgó  $Q$  elektromos töltés  $Q*v$  mágneses pólusként viselkedik. Elméleti és kényelmi okokból a  $k/c^2$  helyett használják a  $\mu_0/4*\pi$  állandót is, azaz  $\mu_0=4*\pi*k/c^2$ , a  $\mu_0$  állandó neve: **vákuumpermeabilitás**, mértékegysége ugyan az mint a  $k/c^2$  állandóé, illetve  $\text{V*s/A*m}$ , ami ugyan az átalakítva, egyébként  $\mu_0=1,256*10^{-6} (\text{V*s})/(\text{A*m})$ .  
**Az elektromos áram** ( $I$  erősségű áramjárta  $\Delta l$  hosszú vezető) mágneses tere ( $Q*v$  helyett nyilván írhatunk  $I*\Delta l$ ) azaz  $B=(k/c^2)*(Q*v/r^2)*\sin(\alpha)=(\mu_0/4*\pi)*(I*\Delta l/r^2)*\sin(\alpha)$ ,  **$B$  iránya jobbkéz-szabály szerint**, a generált mágneses télerősség **speciális esetekben:**  $r$  sugarú,  $I$  árammal átjárt körvezető középpontjában ( $B=\mu_0*I/2*r$ ), nagyon hosszú  $I$  árammal átjárt egyenes vezetőtől  $r$  távolságban ( $B=\mu_0*I/2*\pi*r$ ), "l" hosszúságú,  $I$  árammal átjárt  $N$  menetes egyenes tekercs belsejében ( $B=\mu_0*I*N/l$ ),  $R$  sugarú,  $I$  árammal átjárt  $N$  menetes körtekercs belsejében ( $B=\mu_0*I*N/2*R*\pi$ ). Örvényes tér (pl. áramátjárta egyenes vezető körül) gyűrű szerűen haladnak a mágneses erővonalak.). Keskeny mágneses dipól és köráram szembetűnő hasonlósága mágnesesség tekintetében – az **elektromosság elsődlegességet** veti fel...

## Elektromágneses alapjelenségek (kategóriák, fogalmak, törvények, képletek)

5. **Mágneses térben mozgó töltésre erő hat:** Ez és az előző jelenség Newton III. törvénye viszonylatában, **Lorentz-erő** ( $F=Q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$ , ahol  $\alpha$  a  $v$  és  $B$  hajlásszöge). Úgy is



fogalmazhatunk, hogy a mágneses térben mozgó töltés  **$v \cdot B$  térerősségű elektromos teret érzékel**. Jobbkéz-szabály. Homogén mágneses térbe annak erővonalaira ( $B$ ) merőlegesen  $v$  sebességű  $Q$  töltésű részecske érkezik (a Lorentz-erő munkát nem végez, a részecske mozgási energiája nem változik, azaz sebessége sem, így a Lorentz-erő sem --> Newton II-ből a leíró egyenlet felírható  $\sin(\alpha)=1$ ). Az azonos töltésű, egymással párhuzamosan, azonos sebességgel (egymásmellett) mozgó részecskék esete (mivel a mozgás miatt  $B$  tér jön létre így a Coulomb-

erő mellett a Lorentz-erő is fellép - mit mondhatunk akkor, ha együtt mozgunk a részecskékkel??).

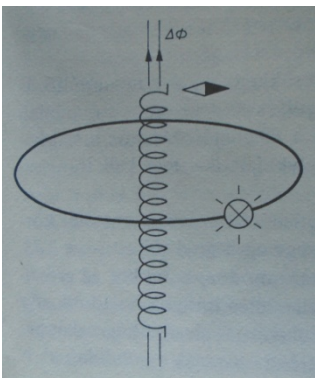
Mágneses térben lévő, " $l$ " hosszúságú, **áram átjárta vezetőre ható** erő ( $q \cdot v = I \cdot \Delta l$ ):

**$F=I \cdot l \cdot B \cdot \sin(\alpha)$** , ahol  $\alpha$  az  $I$  irányú  $l$  és a  $B$  hajlásszöge); **vezetőkeretre ható** forgatónyomaték:

**$M=I \cdot A \cdot B \cdot \sin(\alpha)$** , ahol  $A$  a keret területe, illetve  $\alpha$  az  $A$  mint irányított felület elem és a  $B$  hajlásszöge, több menet esetén az  $A$  szorozódik a menetszámmal! (az  $A$  felület elem iránya az  $A$  felületre merőleges és arra mutat, emerre egy az  $I$  irányba szerint forgatott jobb menetes csavar haladna).

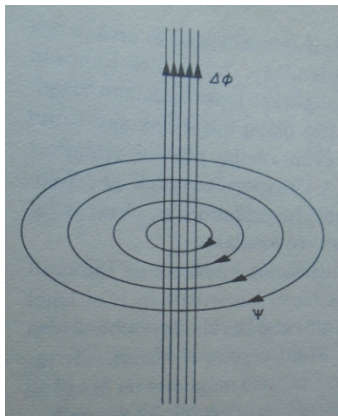
6. **Mágneses térben mozgó vezetőben elektromos tér (E) indukálódik** (az irodalomban általában **mozgási indukció** néven található): a szóban lévő esetben az elektromos megosztáshoz hasonló jelenségről van szó – szétválasztódik a kétféle töltés (ha a vezető két vége nincs összekötve, egy idő után egyensúly áll be). Itt is elmondható, hogy a vezetővel együtt **mozgó elemi töltések  $v \cdot B$  erősségű elektromos teret érzékelnek** (a vezetőben),  **$E=v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$** , ahol  $\alpha$  a  $v$  és  $B$  hajlásszöge; amennyiben az egyenes vezető (pl. fém drót) hossza " $l$ ", a vezető két vége között indukálódott feszültség  **$U_i = v \cdot B \cdot l \cdot \sin(\alpha)$** , vagy másképpen ( $\sin(\alpha)$ -t beleértve az  $l$ -be, illetve  $\Delta s \cdot l$  éppen a vezető által súrolt terület:  $\Delta A$ ):

**$U_i = (\Delta s / \Delta t) \cdot B \cdot l = (\Delta s / \Delta t) \cdot l \cdot B = (\Delta A / \Delta t) \cdot B = \Delta \Phi / \Delta t$**  (ahol  $\Delta \Phi$  a mágneses fluxus megváltozása).



7. **A Faraday-féle indukció** (az irodalomban általában **nyugalmi indukció** néven található): Ha elektromos áram mágneses teret hoz létre maga körül, akkor illő lenne, hogy valami fordított is igaz legyen... Azonban ha egy vezető, vagy akár egy tekercs mellett/belsejében mágnes rúd helyezkedik el, attól még nem tapasztaljuk áram megjelenését a vezetőben, tekercs vezetékében. Mint ahogy az egymáshoz képest mozdulatlan elektromos töltés és mágneses pólus sincs egymásra hatással... Érezhetően a statikus állapot nem nyerő – valaminek változnia kell időben. A vonatkozó Faraday-féle kísérletben a végeikkel egymás közelében lévő tekercsek (esetleg közös vasmaggal) egyikének áram változása (pl. ki-be kapcsolgatás), s azáltal mágneses térerősségének változásai révén a másik

tekercsben áram megjelenése mérhető. Azzal magyarázzuk e ezt, hogy a másik tekercs



környezetében, belsejében változik a mágneses tér? Nézzünk egy másik kísérleti összeállítást. Sűrűn csévelt, vékony hosszúkás egyenes tekercs és körülötte egy vezetőhurok (egy menet) - hasonlóan az előző esethez az első tekercsbe folyó áram váltakoztatása esetén (pl. ki-be kapcsolgatás) áram jelentkezik a külső vezetőhurokban. Pedig! Az első tekercs (külső) környezetében - ahol a vezetőhurok van - a mágneses tér igen ritka, lényegében érzékelhetetlen, így a  $B$  avagy a  $\Phi$  megváltozása sem. Az tehát, hogy a vezető hurokban az elektromos töltés elektromos teret érzékel (áram indul), azt kell hogy jelentse, hogy változó mágneses tér erővonalai körül elektromos tér keletkezik (Faraday sejtés). Ez az indukált elektromos tér örvényes, nem konzervatív, balkéz szabályhoz illeszkedő ( $\Phi$  változásának iránya számít!). A balkéz szabályt fejezi ki

**Lenz-törvénye** is: az indukált töltésáramlás (áram) iránya mindig olyan, hogy az általa létrehozott

## Elektromágneses alapjelenségek (kategóriák, fogalmak, törvények, képletek)

mágneses hatással (mágneses térrel) gátolni igyekszik az őt létrehozó, indukáló hatást/folyamatot. Ez utóbbiak összefüggenek az energia megmaradás törvényével.

**Faraday indukciós törvénye** a fent emlegetett változó mágneses tér erővonalai körül keletkezett elektromos térrel, pontosabban azzal az **indukált "körfeszültséggel"** (ez az indukált elektromos tér által a zárt görbe mentén mozgó egységnyi töltésen végzett munkát jelenti, az indukált elektromos tér örvényerősségének is nevezik – nem azonos az elektrosztatika potenciál fogalmából származtatott feszültséggel, olyan itt nincs!) kapcsolatos, mely révén a töltésáramlás (áram) beindul:

$U_{ik} = -\Delta\Phi/\Delta t$  (ahol  $\Delta\Phi$  a mágneses fluxus megváltozása, illetve ez vezetőlukokra érvényes, azaz tekercs esetén a jobboldal **szorzandó még a menetszámmal (N)**, a negatív jel pedig a balkéz szabályt, vagy ha úgy tetszik a Lenz-törvényt fejezi ki – azaz ha a jobb kéz szabály szerinti irányba "viszünk körbe" egy pozitív elektromos töltést a mágneses tér változó fluxusa ( $\Delta\Phi$ ) körül, akkor az indukálódott elektromos tér negatív munkát végez a töltésen). **Ismerős formula**, tehát ez az indukciós alaptörvény magába foglalja a "mozgási" és a "nyugalmi" indukció jelenségét is.

8. **Önindukció:** Kézenfekvő és természetesen kísérletek is igazolják, hogy egy tekercs (áramingadozás okozta) fluxus változása révén - a változó mágneses tér erővonalai körül - indukálódott elektromos tér az **illető tekercsben is körfeszültséget** (menetszám szorost) hoz létre. Ezt nevezik önindukciónak, illetve **önindukciós feszültségnek** ( $U_{\text{öi}}$ ), természetesen Lenz-törvénye itt is érvényben van. Az indukciós törvényt és korábbi képleteket használva:

$U_{\text{öi}} = -N \cdot \Delta\Phi / \Delta t = -N \cdot A \cdot \Delta B / \Delta t = -N \cdot A \cdot (\mu_0 \cdot N \cdot \Delta I / l) / \Delta t = -(\mu_0 \cdot N^2 \cdot A / l) \cdot (\Delta I / \Delta t)$ . Az itt szerepelő

$L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot A / l$  mennyiséget **önindukciós együtthatónak** nevezzük, mértékegysége:  **$V \cdot s / A = H$**

(henry). Ezt követően a  $U_{\text{öi}} = -L \cdot \Delta I / \Delta t$ . Amennyiben egy tekercs valamely "magra" (pl. vasmagra) van tekercselve, akkor a  $\mu_0$ -t még szorozni kell a relatív (mágneses) **permeabilitás** értékével ( $\mu_r$ ) – értéke pl. a függvénytáblában megtalálható a "mag" anyagának függvényében.

Egy mágneses tér "felépülésére" nyilván energiára van szükség, ami az áramforrás révén áll elő.

A tér megszűnésekor, pedig a **"mágneses energia"** felszabadul, átalakul (pl. fénnyé, hővé pl. egy izzó kikapcsolásakor). A tekercs által létrehozott mágneses tér energiája függ a tekercs önindukciós együtthatójától, konkrétan:  **$E_m = (1/2) \cdot L \cdot I^2$** .

\* \* \*